细观力学模拟双峰晶粒分布铜的异质变形诱导效应

李少杰[1] 金剑锋[1,2] 田艳中[1] 潘虎成[1] 王明涛[1] 秦高梧[1,2,3]

1 东北大学 材料科学与工程学院 沈阳 110819
2 辽宁材料实验室 材料智能技术研究所 沈阳 110167
3 沈阳化工大学 战略材料与关键构件研究院 沈阳 110142

摘 要 双峰异质结构金属因其独特的异质变形诱导(HDI)强化和应变硬化效应，可具有强塑兼备的力学性能；然而HDI微观机制如何发挥作用尚不清晰。本工作基于Mori-Tanaka平均场方法，以双峰异构金属Cu为例(细晶230 nm和粗晶3 μm)，构建了细观力学模型的框架，其中双峰结构由微米级粗晶作为粒子相、纳米级细晶作为基体相的异构基元构成；结合塑性应变梯度与位错密度演化理论，将塑性变形过程中产生的HDI效应以软域硬化、硬域软化和应力再协调三个阶段引入各相的本构关系中，定量评估HDI效应对双峰结构材料整体力学行为的影响。通过对比计算与实验结果，认为硬域中的前应力效应归因于前应力促使硬域内缠结位错的解缠而导致的软化与促使硬域内剪切带形成而导致的硬化的共同作用。通过与双峰结构铜的实验拉伸应力-应变曲线比较，验证了模型的有效性。结果表明，当硬域完全包裹软域时，前应力效应对双峰结构铜的综合力学性能起主要作用；随着软域体积分数的增加，双峰结构铜整体强度增加而拉伸塑性下降；当软域体积分数为25%~30%时，存在强塑匹配最佳值：双峰结构铜的抗拉强度417~420 MPa、延伸率28.2%~29.8%，相比均质细晶Cu，强度减低7%、拉伸塑性提升了10倍；相比均质粗晶Cu，强度提高约100%、拉伸塑性降低约50%。

关键词 双峰结构，细观力学，塑性应变梯度理论，异质变形诱导效应，力学性能
中图分类号 TG146.1 **文章编号** 0412-1961(2026)10-1687-15

Micromechanics Modeling of the Hetero-Deformation Induced Strengthening and Strain Hardening Effect in Bimodal Structure Copper

LI Shaojie[1], JIN Jianfeng[1,2], TIAN Yanzhong[1], PAN Hucheng[1], WANG Mingtao[1], QIN Gaowu[1,2,3]

1 School of Materials Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China
2 Institute of Materials Intelligent Technology, Liaoning Academy of Materials, Shenyang 110167, China
3 Institute for Strategic Materials and Components, Shenyang University of Chemical Technology, Shenyang 110142, China

Correspondent: JIN Jianfeng, associate professor, Tel: 13194248493, E-mail: jinjf@atm.neu.edu.cn
QIN Gaowu, professor, Tel: (024)83691565, E-mail: qingw@smm.neu.edu.cn

Supported by National Key Research and Development Program of China (No.2023YFB3710900)
Manuscript received 2024−09−03, in revised form 2024−10−14

资助项目 国家重点研发计划项目No.2023YFB3710900
收稿日期 2024-09-03 **定稿日期** 2024-10-14
作者简介 李少杰，男，1995年生，博士生
通讯作者 金剑锋，jinjf@atm.neu.edu.cn，主要从事计算材料学、颗粒增强复合材料力学性能方面的研究
秦高梧，qingw@smm.neu.edu.cn，主要从事计算材料学辅助高性能、新材料设计和制备方面的研究
引用格式 李少杰, 金剑锋, 田艳中等. 细观力学模拟双峰晶粒分布铜的异质变形诱导效应 [J]. 金属学报, 2026, 62: 1687−1701.
Li S J, Jin J F, Tian Y Z, et al. Micromechanics modeling of the hetero-deformation induced strengthening and strain hardening effect in bimodal structure copper [J]. Acta Metall. Sin., 2026, 62: 1687−1701. DOI: 10.11900/0412.1961.2024.00311

ABSTRACT Owing to their unique hetero-deformation induced (HDI) strengthening and strain hardening effect, bimodal structure alloys can exhibit excellent strength–ductility synergy. However, the roles of the HDI mechanism remain incompletely understood. This study establishes a micromechanical model of the bimodal structure of pure Cu with 230 nm fine grains and 3 μm coarse grains as an example and estimates the HDI effects on the mechanical properties of Cu. This model is based on the Mori–Tanaka mean field method. The bimodal structure comprises a particulate inclusion phase of coarse grains (soft zone) and a hard matrix phase of fine grains (hard zone). Combining plastic strain gradient and dislocation theories, the HDI effect is proposed as a three-stage process of soft zone hardening, hard zone softening, and stress repartitioning, thereby providing quantitative assessments of the HDI effects on the overall mechanical behaviors of bimodal copper. Based on the experimental observations, the forward stress effect is considered to result from softening via the disentanglement and annihilation of entangled dislocations and from hardening caused by shear band formations. The model predictions favorably agree with the existing experimental data. The role of the forward stress effect in the mechanical response is apparently enhanced when the hard zone (230 nm grains) completely encloses the soft zone (3 μm grains). Moreover, increasing the volume fraction of the soft zone decreases the overall strength and reduces the ductility of Cu. At soft zone fractions of 25%–30%, the strength and ductility were optimally balanced with a tensile strength of 417–420 MPa and an elongation of 28.2%–29.8%. The ultimate tensile strength and elongation were 7% lower and 10-fold higher, respectively, than those of unimodal 230-nm-grained Cu and almost doubled and halved, respectively, from those of unimodal 3-μm-grained Cu.

KEYWORDS bimodal structure, micromechanics, strain gradient theory of plasticity, heterogeneous deformation-induced (HDI) effect, mechanical property

异质结构材料因具有优异的强度与拉伸塑性的结合，成为目前材料领域中研究热点之一，其优异力学性能归因于异构组织带来的自协调机制，即异质变形诱导(hetero-deformation induced，HDI)强化(下文称HDI效应)与应变硬化效应[1,2]。双峰分布结构(bimodal structure)合金是异质结构材料的典型代表，从Tellkamp等[3]和Wang等[4]分别发现具有双峰分布结构的5083铝合金和Cu具有良好的强塑性至今，双峰结构已扩展到了铜[5,6]、镍[7,8]、铁[9]、铝[10~12]、镁[13~18]等合金体系。

在双峰结构中，将具有较高持续应变硬化能力的大尺寸粗晶构成的域称为软域(soft zone)，而硬化较差的细晶域称为硬域(hard zone)。一般而言，双峰结构的软域可分为三类：(1) 单个大尺寸晶粒(微米级)构成的域[13,15,19]；(2) 多个大尺寸晶粒团簇形成的球状域[4,20,21]；(3) 多个大尺寸晶粒并排形成的条状域[22]。对于均质结构来说，随晶粒尺寸降低、晶界占比增加，整体变形稳定性下降[23]，导致局部颈缩和开裂的概率提升，拉伸塑性恶化；而双峰结构能够改善这种晶粒尺寸下降而导致的拉伸塑性降低，避免宏观颈缩的过早发生，保证了材料的强度与拉伸塑性的协同作用[6,24,25]。对于双峰结构来说，一般同时包含微米晶与纳米晶的组合，相比于均质结构，双峰结构在变形过程中软域(微米晶)被分配更多的应变，使域界面产生更大的应变梯度，增加位错塞积数量，在软域内形成了更大的背应力场，提升了软域及整体的强度[26~28]。也有研究[29,30]认为，几何必需位错(geometrically necessary dislocation，GND)的存在增加了晶内位错密度、缩短了位错滑移的平均自由程，使得软域具有更高的应变硬化能力。背应力的存在使得硬域在界面处存在与之相等的平衡力，即硬域内形成的前应力可激活在均质结构中难以开启的滑移系，使硬域中容纳更多的应变，增加整体的均匀变形能力，提高了材料的拉伸塑性[27,31~34]。实验研究发现，前应力不仅可促进硬域中特征应变带的形成，提升容纳应变[35~37]，也能促进动态回复的发生[2]，导致硬域的软化。

研究[38~40]发现，多数双峰结构材料仍遵循着“强度-拉伸塑性”倒置关系，仅通过实验方法难以对双峰异构组织进行高效设计和开发。基于此，Zhu等[27]和Li等[28]构建了双峰结构的细观力学模型，研究了晶粒的几何特征对背应力和综合力学性能的影响。Huang等[41]和Wang等[30]将硬域与软域之间的异构界面影响区引入材料的塑性本构关系，结合有限元方法研究了软域的几何特征对异构界面影响区占比和HDI效应的影响，结果表明，界面影响区在异构材料中的占比显著影响其力学性能。虽然上述模型提供了一些HDI效应的微观机理及其与异构组织和力学

性能的关系，但目前并未构建出异构组织强化通用模型，以评估前应力对 HDI 效应及其整体力学性能的影响。

本工作主要基于 Mori-Tanaka 平均场方法，结合塑性应变梯度理论，构建细观力学异构模型；以双峰分布结构金属 Cu (下文简称为双峰结构铜)为例，其中微米晶(尺寸约 3 μm)作为软域粒子相、纳米晶(尺寸约 230 nm)为硬域基体相，定量评估 HDI 效应对双峰结构铜拉伸力学行为的影响，并阐明微观变形的相关机制，据此提出双峰结构铜强塑兼备的组织设计方案。这些结果可为研究兼具高强塑性铜合金的异构组织设计提供理论指导。

1 模型描述

1.1 双峰结构异构基元平均场模型的几何建模

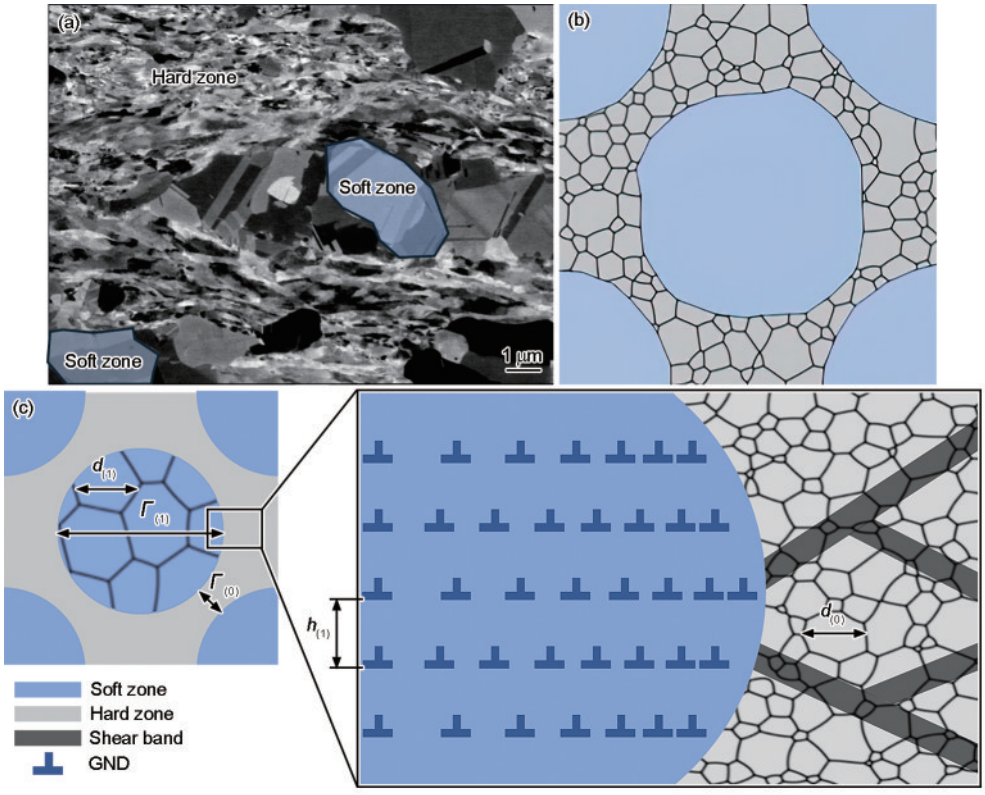
在细观力学平均场模型中，组成相可分为基体相和夹杂相，基体相是连续的，夹杂相被嵌入到基体中。以双峰结构铜为例，硬域(细晶)作为基体，软域(粗晶)作为夹杂相。硬域基体的相关变量记为下标“(0)”，软域夹杂的相关变量记为下标“(1)”，整体的相关变量记为下标“H”；二阶张量表示为“$\boldsymbol{a}$”或“a_{ij}”形式，四阶张量表示为“$\boldsymbol{A}$”或“A_{ijkl}”形式。

平均场所需的几何模型建模过程如图 1 所示。具体步骤如下。

(1) 金属 Cu 部分再结晶的双峰组织如图 1a 所示。其中，再结晶长大的大尺寸晶粒所形成的区域为软域，其均匀分布在未再结晶的小尺寸晶粒构成的硬域基体中，构成双峰结构的异构基元；由于退火时间较短，软域含量较少，可视为硬域充分包围着软域，由此可将连续分布的硬域作为基体。

(2) 通过晶界轮廓提取，如图 1b 所示。其抽象的模型见图 1c。其中，浅蓝色区为软域，由平均尺寸为 $d_{(1)}$ 的晶粒构成，其域尺寸定义为 $\Gamma_{(1)} = \bar{n}_{(1)}d_{(1)}$，$\bar{n}_{(1)}$ 为平均粗晶数量；灰色部分为硬域基体，由平均尺寸为 $d_{(0)}$ 的晶粒构成，软域之间的最近邻平均距离定义为 $\Gamma_{(0)} = \bar{n}_{(0)}d_{(0)}$，$\bar{n}_{(0)}$ 为所含细晶数量。

(3) 假设粗晶软域为球形，硬域和软域均设为各



Color online

图 1 双峰结构异构基元的几何建模

Fig.1 Geometric modelling of the basic structural units of bimodal structure

(a) SEM image for bimodal structure Cu

(b) schematic of grain boundary profile

(c) schematic of mean-field composite model based on spherical particulate phase simplification (GND—geometrically necessary dislocation; $d_{(0)}$—grain size in hard zone, $d_{(1)}$—grain size in soft zone, $\Gamma_{(0)}$—average distance between the nearest neighbors of the soft zones, $\Gamma_{(1)}$—soft zone size, $h_{(1)}$—spacing between neighboring pileups in soft zone)

向同性，类似于其他分析[27,28,42]，对应的双峰结构异构基元的最小基础单元示意图如图1c所示。

(4) 当球形软域均匀分布时，图1c展示的最小基础单元的尺寸为 $\Gamma_{\mathrm{H}}=\sqrt{2}\left(\bar{n}_{(1)}d_{(1)}+\bar{n}_{(0)}d_{(0)}\right)$，则软域的含量($f_{(1)}$)与域尺寸之间的关系如下：

$$f_{(1)}=\frac{V_{(1)}}{V_{\mathrm{H}}}=\frac{4\frac{4}{3}\pi\left(\Gamma_{(1)}/2\right)^3}{2\sqrt{2}\left(\Gamma_{(0)}+\Gamma_{(1)}\right)^3}=\frac{\sqrt{2}\,\pi}{6}\left(\frac{\bar{n}_{(1)}d_{(1)}}{\bar{n}_{(1)}d_{(1)}+\bar{n}_{(0)}d_{(0)}}\right)^3 \tag{1}$$

式中，$V_{(1)}$为软域体积，V_{H}为异构基元体积。

1.2 基于位错密度的均质结构材料的本构模型

根据经典塑性理论，应变(ε_{ij})分为弹性部分($\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}}$)和塑性部分($\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$)：

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}}+\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}} \tag{2}$$

$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}}$可根据线弹性关系与应力($\sigma_{ij}$)联系起来，即：

$$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}}=\frac{1}{2\mu}\sigma'_{ij}+\frac{\sigma_{kk}}{9\kappa}\delta_{ij}=\left(\frac{1}{2\mu}I_{ijkl}^{\mathrm{d}}+\frac{1}{3\kappa}I_{ijkl}^{\mathrm{h}}\right)\sigma_{kl}=M_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{3}$$

式中，$\mu=\dfrac{E}{2(1+v)}$和$\kappa=\dfrac{E}{3(1-2v)}$分别为剪切模量和体模量(其中，$E$为Young's模量，$v$为Poisson比)，$\delta_{ij}$为Kronecker张量，$\sigma_{kk}$为正应力，$\sigma'_{ij}=\sigma_{ij}-\dfrac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}$为偏应力，$M_{ijkl}$为柔度张量，$I_{ijkl}^{\mathrm{h}}=\dfrac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}$和$I_{ijkl}^{\mathrm{d}}=\dfrac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}-\dfrac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}\right)$分别为各向同性算子和偏斜算子。$\sigma_{ij}$可写作如下形式：

$$\sigma_{ij}=\frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}+\sigma'_{ij}=\left(\kappa-\frac{2}{3}\mu\right)\varepsilon_{kk}\delta_{ij}+2\mu\varepsilon_{ij}=L_{ijkl}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}} \tag{4}$$

式中，$L_{ijkl}=2\mu I_{ijkl}^{\mathrm{d}}+3\kappa I_{ijkl}^{\mathrm{h}}$为刚度张量，$\varepsilon_{kk}$为正应变。

$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$与$\sigma'_{ij}$通过Hencky流动理论[43,44]相关联，即：

$$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}=\frac{3}{2}\frac{\varepsilon^{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{eq}}}\sigma'_{ij} \tag{5}$$

式中，$\sigma_{\mathrm{eq}}=\sqrt{\dfrac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$为von Mises等效应力，$\varepsilon^{\mathrm{p}}$为等效塑性应变。在塑性力学中，使应力维持在屈服面上的屈服准则F[45]为：

$$F=\sigma_{\mathrm{eq}}-\sigma_{\mathrm{f}}=0 \tag{6}$$

式中，σ_{f}为流变应力。从材料角度，均匀结构铜中的位错是其塑性变形和应变硬化的主导因素[46,47]。由位错相互作用带来的各向同性硬化，可依据Taylor关系[47]进行评估。因而，均质结构铜的流变应力可写为：

$$\sigma_{\mathrm{f}}=\sigma_0+M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{\mathrm{S}}} \tag{7}$$

式中，σ_0为晶格摩擦阻力，M为Taylor因子，α为对微观结构敏感的Taylor常数[24,48]，b为Burgers矢量模，ρ^{S}为晶内统计存储位错(statistically stored dislocation，SSD)密度。SSDs源于晶内位错的随机产生、缠结和湮灭，根据Kocks-Mecking-Estrin (KME)模型[24]，ρ^{S}随着ε^{p}的演化规律遵循：

$$\frac{\mathrm{d}\rho^{\mathrm{S}}}{\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{p}}}=M\left[\frac{k^*}{b\langle\Lambda\rangle}-k_2\rho^{\mathrm{S}}\right]=M\left[\frac{k_0}{bd}+\frac{k_1}{b}\sqrt{\rho^{\mathrm{S}}}-k_2\rho^{\mathrm{S}}\right] \tag{8}$$

式中，k^*为比例系数；$\langle\Lambda\rangle$为SSDs滑移的平均自由程，与晶粒尺寸(d)和SSDs平均间距($1/\sqrt{\rho^{\mathrm{S}}}$)有关；$k_0$和$k_1$为唯象系数，反映位错相互作用导致的位错存储速率；$k_2$为位错动态恢复速率因子。

1.3 双峰结构异构基元的Mori-Tanaka平均场模型框架

由于异构基元内部两域的强度与应变硬化能力不同，在变形过程中，各域中分配的应变并不相同。而混合定律无法准确描述材料内部复杂的应力/应变分布及各类变形机制[49]，因此无法直接用于评估异构材料强度。本工作在Mori-Tanaka方案[50,51]的基础上，结合Weng[43]的割线方法，模拟异构基元的塑性(非线性)行为。割线模量方法是将塑性基体等效为伪线弹性等效材料的方法[52]，即$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{L}\left(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}\right)=\boldsymbol{L}^{\mathrm{s}}\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{L}^{\mathrm{s}}$使二者保持相同的应力/应变响应，本文中上标's'表示割线处理状态，$\boldsymbol{\sigma}$、$\boldsymbol{\varepsilon}$、$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}$和$\boldsymbol{L}$分别为$\sigma_{ij}$、$\varepsilon_{ij}$、$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$和$L_{ijkl}$的张量形式，从而计算出异构基元的整体力学响应和两域之间的应变分配。

在产生均匀整体外加应力($\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{A}}$)的均匀牵引力边界条件下，基体等效材料的整体应力($\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{A}}$)与应变之间的关系为$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{A}}=\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}\,-1}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{A}}$。此时，硬域和软域的平均应力的表达式如下，推导过程参见文献[43,53]。

$$\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_{(0)}=\boldsymbol{B}_{(0)}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{A}}-\boldsymbol{C}_{(0)}\langle\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}\rangle_{(1)} \tag{9}$$

$$\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_{(1)}=\boldsymbol{B}_{(1)}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{A}}+\boldsymbol{C}_{(1)}\langle\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}\rangle_{(1)} \tag{10}$$

式中，$\langle\cdot\rangle$为对应域的体积平均值。$\boldsymbol{B}_{(0)}=\boldsymbol{I}+f_{(1)}\left(\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}-\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{Q}_{(1)}\left(\boldsymbol{L}_{(1)}-\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)$，$\boldsymbol{C}_{(0)}=f_{(1)}\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\boldsymbol{L}_{(1)}\left(\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}-\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{Q}_{(1)}$，$\boldsymbol{B}_{(1)}=\boldsymbol{I}-f_{(0)}\left(\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}-\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{Q}_{(1)}\left(\boldsymbol{L}_{(1)}-\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)$，$\boldsymbol{C}_{(1)}=f_{(0)}\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\boldsymbol{L}_{(1)}\cdot\left(\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}-\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{Q}_{(1)}$。其中，$\boldsymbol{I}=\boldsymbol{I}^{\mathrm{h}}+\boldsymbol{I}^{\mathrm{d}}$为等同张量，$\boldsymbol{Q}_{(1)}=\left[\left(\boldsymbol{L}_{(1)}-\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)\left(f_{(1)}\boldsymbol{I}+f_{(0)}\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)+\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\right]^{-1}$，$\boldsymbol{S}$为Eshelby张量，$\boldsymbol{S}^{\mathrm{s}}$为由割线模量确定出的Eshelby张量。对于嵌入到各向同性硬域基体内的球形软域，其Eshelby张量为[53]：

$$\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}=\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{h}}+\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{d}} \tag{11}$$

式中，$\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}=\dfrac{1+v_{(0)}^{\mathrm{s}}}{3\left(1-v_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)}$，$\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}=\dfrac{2\left(4-v_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)}{15\left(1-v_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)}$。根据式(9)~(11)整理得到两域的平均正应力和偏应力为：

$$\left\langle\sigma_{kk}\right\rangle_{(0)}=\frac{\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)+\kappa_{(0)}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)+\kappa_{(0)}}\sigma_{\mathrm{A},kk} \tag{12}$$

$$\left\langle\sigma_{kk}\right\rangle_{(1)}=\frac{\kappa_{(1)}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)+\kappa_{(0)}}\sigma_{\mathrm{A},kk} \tag{13}$$

$$\left\langle\sigma_{ij}\right\rangle_{(0)}^{\prime}=\frac{\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\sigma_{\mathrm{A},ij}^{\prime}+\frac{2f_{(1)}\left(1-\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\mu_{(1)}\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\varepsilon_{(1),ij}^{\mathrm{p}} \tag{14}$$

$$\left\langle\sigma_{ij}\right\rangle_{(1)}^{\prime}=\frac{\mu_{(1)}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\sigma_{\mathrm{A},ij}^{\prime}-\frac{2f_{(0)}\left(1-\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\mu_{(1)}\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\varepsilon_{(1),ij}^{\mathrm{p}} \tag{15}$$

式中，$\sigma_{\mathrm{A},kk}=3\kappa_{(0)}\varepsilon_{\mathrm{A},kk}$和$\sigma_{\mathrm{A},ij}^{\prime}=2\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\varepsilon_{\mathrm{A},ij}^{\prime}$分别为外加正应力和偏应力，$\varepsilon_{\mathrm{A},kk}$和$\varepsilon_{\mathrm{A},ij}^{\prime}=\varepsilon_{\mathrm{A},ij}-\dfrac{1}{3}\varepsilon_{\mathrm{A},kk}\delta_{ij}$分别为外加正应变和偏应变。

此时，两域应变的差值，即扰动应变($\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{D}}$)为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{D}}=\langle\boldsymbol{\varepsilon}\rangle_{(1)}-\langle\boldsymbol{\varepsilon}\rangle_{(0)}=\boldsymbol{L}_{(1)}^{-1}\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_{(1)}+\langle\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}\rangle_{(1)}-\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}\ -1}\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_{(0)}=\boldsymbol{S}_{(1)}^{\mathrm{s}}\boldsymbol{Q}_{(1)}\left[\left(\boldsymbol{L}_{(1)}-\boldsymbol{L}_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{A}}-\boldsymbol{L}_{(1)}\langle\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}\rangle_{(1)}\right] \tag{16}$$

将其写为正应变和偏应变形式分别为：

$$\varepsilon_{kk}^{\mathrm{D}}=-\frac{\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)+\kappa_{(0)}}\varepsilon_{\mathrm{A},kk} \tag{17}$$

$$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{D}^{\prime}}=-\frac{\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\varepsilon_{\mathrm{A},ij}^{\prime}+\frac{\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\mu_{(1)}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\varepsilon_{(1)}^{\mathrm{p}} \tag{18}$$

根据平均应变定理[54]，异构基元整体的正应变和偏应变可表示为两域内应变的加权平均值，从而有：

$$\left\langle\varepsilon_{kk}\right\rangle_{\mathrm{H}}=\left[1-\frac{f_{(1)}\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\alpha_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\kappa_{(1)}-\kappa_{(0)}\right)+\kappa_{(0)}}\right]\varepsilon_{\mathrm{A},kk} \tag{19}$$

$$\left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_{\mathrm{H}}^{\prime}=\left[1-\frac{f_{(1)}\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\right]\varepsilon_{\mathrm{A},ij}^{\prime}+\frac{f_{(1)}\mu_{(1)}}{\left(f_{(1)}+f_{(0)}\beta_{(1)}^{\mathrm{s}}\right)\left(\mu_{(1)}-\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)+\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}}\varepsilon_{(1)}^{\mathrm{p}} \tag{20}$$

显然，对于均匀材料，各相以及整体的应力-应变关系都有$\sigma_{kk}=3\kappa\varepsilon_{kk}$，$\sigma_{ij}^{\prime}=2\mu\left(\varepsilon_{ij}^{\prime}-\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}\right)$，与式(3)或(4)等价。

Weng[43]对比了割线模量方法与纯弹性方法(即基体和夹杂都采用$\sigma_{ij}=L_{ijkl}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}}=L_{ijkl}\left(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}\right)$进行计算)对整体力学响应的评估能力。结果表明，无论基体相对于夹杂是软质的还是硬质的，采用割线模量方法均能很好地评估复合材料整体的力学响应。而纯弹性方法仅在基体为硬相时，其评估结果才与割线模量方法一致。当基体为软相时，后者对整体力学响应的评估过于刚硬，显著高于实验值。考虑到模型的可扩展性，本工作选用割线模量法处理基体的弹塑性行为。

基于割线模量法，在单轴拉伸状态下，经过割线处理后，材料的割线 Young's 模量$E_{(0)}^{\mathrm{s}}$、割线 Poisson 比$v_{(0)}^{\mathrm{s}}$与基体的对应弹性参数、流变应力和等效塑性应变之间的关系为[43]：

$$E_{(0)}^{\mathrm{s}}=\frac{1}{\dfrac{1}{E_{(0)}}+\dfrac{\varepsilon_{(0)}^{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{f},(0)}}} \tag{21}$$

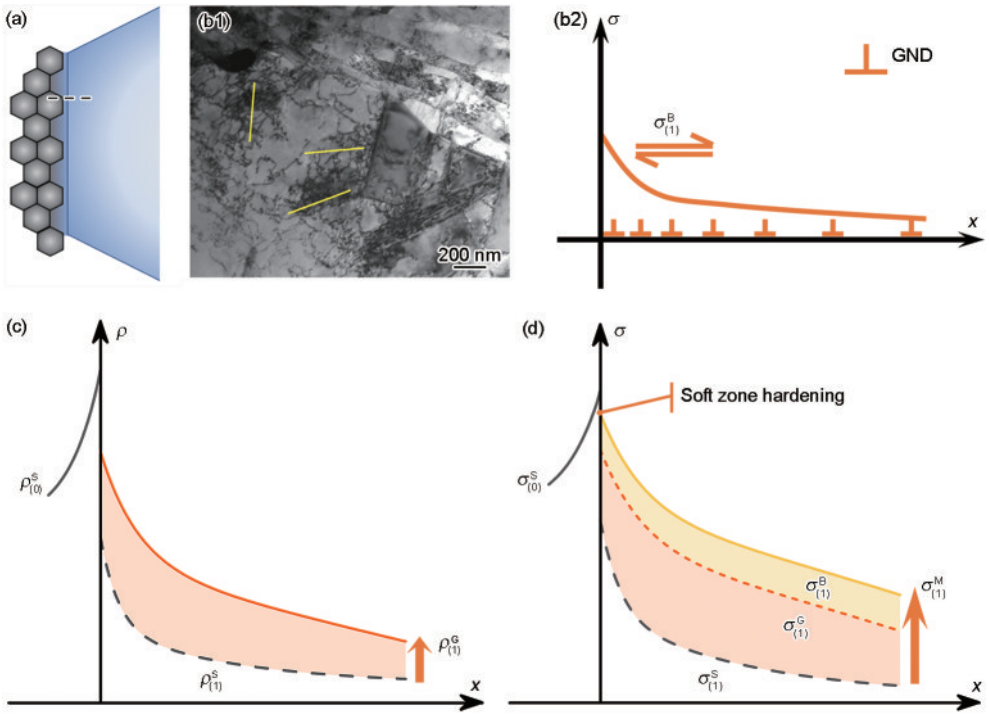
$$v_{(0)}^{\mathrm{s}}=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-v_{(0)}\right)\frac{E_{(0)}^{\mathrm{s}}}{E_{(0)}} \tag{22}$$

在弹性状态下，$E_{(0)}^{\mathrm{s}}=E_{(0)}$，$v_{(0)}^{\mathrm{s}}=v_{(0)}$。基体的割线剪切模量则表示为$\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}=\dfrac{E_{(0)}^{\mathrm{s}}}{2\left(1+v_{(0)}^{\mathrm{s}}\right)}$，$L_{(0),ijkl}^{\mathrm{s}}=2\mu_{(0)}^{\mathrm{s}}I_{ijkl}^{\mathrm{d}}+3\kappa_{(0)}I_{ijkl}^{\mathrm{h}}$。

1.4 基于位错理论的双峰结构异构基元的受力分析及本构方程

如图2a所示，在异质结构铜的典型结构中，软/硬域界面两侧的晶粒尺寸差异显著，导致了两域强韧性的差异[24]。将两种不同尺度的晶粒直接混合，由于力学性质差异，变形过程中界面处产生变形不相容性[26,55]。由式(17)和(18)可知，为保持域间的协同变形，两域间存在扰动应变(或称应变配分)。这种动态协调过程，不仅包含位错的随机产生、存储与湮灭，还包括其他协调变形的机制。这些机制带来了HDI强化和应变硬化等效应，进而影响异构材料整体的强韧性[2,26,53,56~60]。

由于式(7)的本构关系中仅考虑了均质材料中



Color online

图2 软域硬化示意图

Fig.2 Schematics of soft zone hardening (σ—stress; ρ—density; $\rho^{G}_{(1)}$—GND density within soft zone; $\sigma^{G}_{(1)}$—isotropic hardening caused by GNDs within soft zone; $\sigma^{B}_{(1)}$—back stress caused by GNDs within soft zone; $\sigma^{M}_{(1)}$—incremental stress within soft zone; $\rho^{S}_{(0)}$, $\rho^{S}_{(1)}$—statistically stored dislocation density within hard zone and soft zone, respectively; $\sigma^{S}_{(0)}$, $\sigma^{S}_{(1)}$—isotropic hardening caused by statistically stored dislocations within hard zone and soft zone, respectively)

(a) schematic of the microstructure near the hetero-zone boundary

(b1, b2) TEM image of dislocation pile-ups within the soft zone (b1)[22] and schematic of GND distribution (b2) (The yellow lines are pile-ups of GNDs in a recrystallized grain after tensile deformation for a strain of 5%)

(c, d) dislocation density variation (c) and stress variation (d) near the black horizontal line at the hetero-zone boundaries in Fig.2a due to mismatch strengthening

统计存储位错带来的各向同性硬化，无法计算针对异构材料的式(12)~(15)中两域的应力状态。因此，需要依据实验结果，将变形机制引入到本构关系中，从而计算出各域的流变应力，最后求解出异构基元内部的应力/应变。需要指出的是，在Mori-Tanaka平均场模型中，由于扰动应变的存在，对应界面处两侧的应力并不连续[57]。

基于实验结果，本工作通过三个步骤将两域间协调变形机制引入平均场模型，建立了异构基元的本构关系，具体分析如下。

(1) 软域硬化。在变形初始阶段，由于异构界面两侧晶粒塑性变形不兼容并在三维空间相互约束，在界面附近会产生应变梯度[1,2]，并形成了协调应变梯度的GNDs，如图2b1和b2[22]所示。这些GNDs对应变硬化有两方面贡献[28,30]：① 与SSDs (式(7))类似，可产生各向同性硬化，此时应力增量 $\sigma^{G}_{(1)}=M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{G}_{(1)}}$ [27,28,45,61] (上标“G”表示GND)；② GNDs在界面处分布，形成了长程背应力场，产生晶间背应力强化，从而产生背应力硬化，此时应力增量为 $\sigma^{B}_{(1)}$ [28,30,62,63]。由软域应变梯度引起的 $\rho^{G}_{(1)}$ 和总应力增量($\sigma^{M}_{(1)}=\sigma^{G}_{(1)}+\sigma^{B}_{(1)}$)分布分别如图2c和d所示。

随着软域塑性变形的进行，其内GNDs的增殖与湮灭逐渐趋于平衡[64]。软域中GNDs由域间塑性剪切应变差 $\Delta\gamma_{(1)}=\sqrt{3}\left(\varepsilon^{p}_{(1)}-\varepsilon^{p}_{(0)}\right)$ 产生，$\rho^{G}_{(1)}$ 的计算公式见式(23)和(24)，具体的推导过程见补充材料附录1。

$$\frac{\mathrm{d}\rho^{G}_{(1)}}{\mathrm{d}\Delta\gamma_{(1)}}=\frac{1}{d_{(1)}b}-k_3\rho^{G}_{(1)} \tag{23}$$

$$\rho^{G}_{(1)}=\frac{1}{k_3 d_{(1)}b}\left(1-\exp(-k_3\Delta\gamma_{(1)})\right) \tag{24}$$

式中，k_3 为异构界面处的位错动态恢复速率因子。

$\sigma^{B}_{(1)}$ 可表示为：

$$\sigma^{B}_{(1)}=\sqrt{3}\,Ah_{(1)}\rho^{G}_{(1)} \tag{25}$$

式中，$A=\mu b/[\pi(1-v)]$，$h_{(1)}$ 为软域位错塞积列的间距。

(2) 硬域软化。位错塞积不仅在软域内产生了背应力，而且在硬域侧产生一定的应力场，即前应力 $\sigma^{F}_{(0)}$[1]，这种力可促使域界面处的晶界向硬域内发射位错，并促使硬域内部已缠结位错发生反向滑移或交互滑移，使位错胞解缠、位错偶对消[2,65~69]，进而减少位错密度。基于上述实验结果[69]（参见文献[69]），硬/软区位错演化示意图如图3a所示，硬域内位错密度减量($\rho^{I}_{(0)}$)和硬区软化量($\sigma^{I}_{(0)}$)的分布示意图分别如图3b和c所示。

塞积位错前端作用于硬域的应力构成了一部分前应力，由该应力($\tau^{F}_{(0)}$)引发的GND变化量 $\rho^{I}_{(0)}$ 可近似表达为：

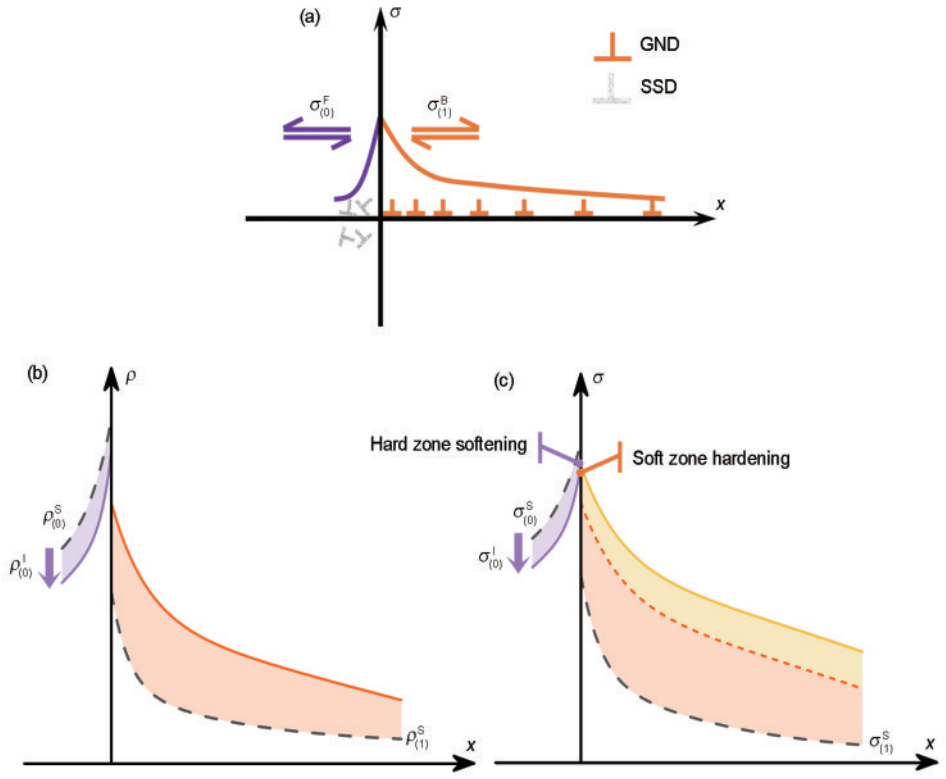
$$\rho^{I}_{(0)} = -k^{I}\rho^{G}_{(1)}{}^{2} \tag{26}$$

式中，$k^{I} = \dfrac{\lambda d_{(1)} h_{(1)}{}^{2}}{d_{(0)}}$ 为材料几何参数，λ 为应力场衰减因子。具体的推导过程见补充材料附录2。

(3) 硬/软域应力再协调。随着塑性变形的进一步发生，软域硬化和硬域软化并不足以持续协调硬域内的局部应力集中状态。软/硬域应当还存在由上述两种机制的引入而引发的再协调机制，从而保证协同变形的持续进行，而本工作依靠变形带的演变实现这一过程。

基于实验发现，双峰结构铜界面附近的硬域内会形成非等轴状的位错胞(微变形带)，这些变形软带以叠加排列的形式扩展时会形成一种更宽的条带状变形区，即剪切带[19,70]；而软域的存在可稳定这些本应失稳而快速扩展的剪切带，促进了大量且分散的剪切带在硬域中形成[71~73]，如图4a[19]所示。这些剪切带内复杂的应力状态可激活在均质结构中难启动的变形机制，实现了去应变局域化；其在容纳更多应变的同时也为硬域带来了额外的应变硬化。剪切带内部位错由SSD和GND构成，在实验中观测到的高应变区多数由GND提供[74]，其密度记为 $\rho^{G}_{(0)}$，即剪切带内GND密度；类似于软域中的GND强化，$\rho^{G}_{(0)}$ 可产生各向同性硬化($\sigma^{G}_{(0)}$)和背应力硬化($\sigma^{B}_{(0)}$)。

此外，软域内 $\rho^{G}_{(1)}$ 表征了局部晶格失配程度。随着塑性变形的进行，局部晶格失配同样阻碍了晶内位错的滑移，促进了晶内SSDs的存储[30,75]，其位错密度记为 $\rho^{GM}_{(1)}$。硬域和软域内相关位错密度和应力的



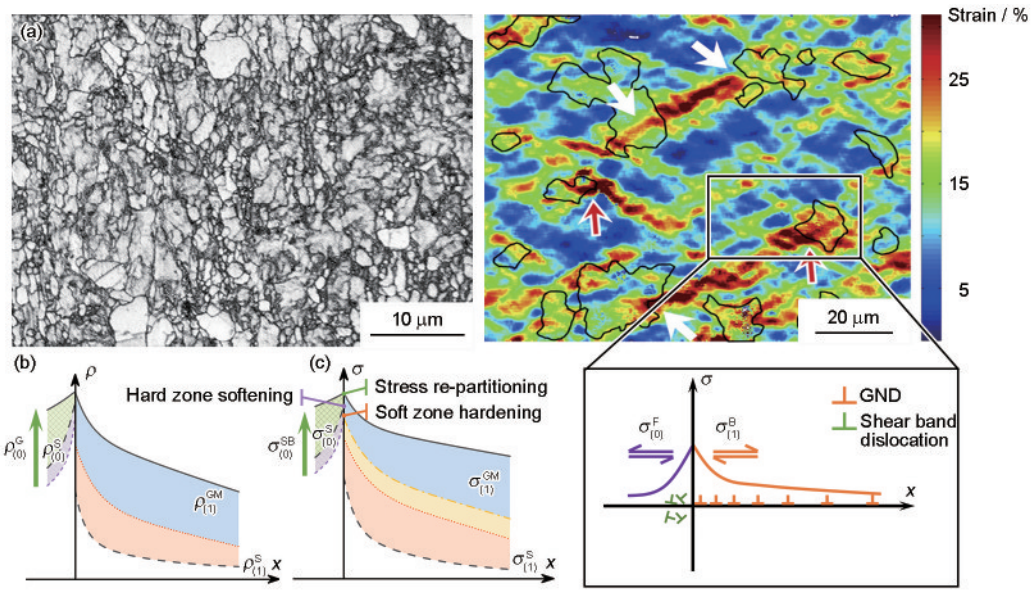
Color online

图3 硬域软化示意图

Fig.3 Schematics of hard zone softening ($\rho^{I}_{(0)}$—the change of dislocation density (reduction), $\sigma^{I}_{(0)}$—the change of hard-zone stress (softening), $\sigma^{F}_{(0)}$—forward stress)

(a) dislocation evolution near hard/soft regions during plastic deformation (SSD—statistically stored dislocation)

(b, c) dislocation density variation (b) and stress variation (c) near the hetero-zone boundaries due to strain path change



Color online

图4 应力再协调示意图

Fig.4 Schematics of stress re-partitioning ($\rho^{G}_{(0)}$—GND density within shear band, $\rho^{GM}_{(1)}$—geo-mismatch dislocation density, $\sigma^{SB}_{(0)}$—shear band hardening, $\sigma^{GM}_{(1)}$—geo-mismatch dislocation hardening)

(a) EBSD image of bimodal structure Cu and its strain maps with 13.54% strain (The solid lines outline the boundaries of soft zones)[19]

(b, c) dislocation density variation (b) and stress variation (c) near the hetero-zone boundaries after inter-zone stress re-partitioning

分布示意图分别见图4b和c。其中，剪切带带来的强化效果记为$\sigma^{SB}_{(0)}=\sigma^{G}_{(0)}+\sigma^{B}_{(0)}$。

(1) 基于剪切带强化的硬域本构。$\rho^{G}_{(0)}$演化可表示为[28]：

$$\rho^{G}_{(0)}=f^{SB}_{(0)}\frac{\eta^{SB}_{(0)}}{b}=\frac{\left(1-\exp(-\beta^{SB}_{(0)}\varepsilon^{p}_{(0)})\right)\gamma^{SB}_{(0)}}{bd_{(0)}} \tag{27}$$

式中，上标“SB”表示剪切带；$f^{SB}_{(0)}=1-\exp(-\beta^{SB}_{(0)}\varepsilon^{p}_{(0)})$为剪切带占硬域比例，$\beta^{SB}_{(0)}=\min\left(f_{(1)}/f^{sat}_{(1)},1\right)$为应变无关常数，表示低应变下剪切带扩展速率，其受层错能、应变速率、软域含量等因素的影响，$f^{sat}_{(1)}$为剪切带稳态扩展时对应的软域饱和含量；$\eta^{SB}_{(0)}$为剪切带局部塑性应变梯度；$\gamma^{SB}_{(0)}$为剪切带内晶粒饱和累积剪切应变。与式(25)相同，由$\rho^{G}_{(0)}$引起的背应力硬化$\sigma^{B}_{(0)}$可表示为：

$$\sigma^{B}_{(0)}=\sqrt{3}\,Ah_{(0)}\rho^{G}_{(0)}=\sqrt{3}\,Ah_{(0)}\gamma^{SB}_{(0)}\frac{1-\exp(-\beta^{SB}_{(0)}\varepsilon^{p}_{(0)})}{bd_{(0)}} \tag{28}$$

式中，$h_{(0)}$为硬域内GND塞积列的间距。具体的推导过程见补充材料附录3。

(2) 失配强化的软域本构。随着塑性应变的进行，软域内的GNDs密度逐渐上升，这些位错所描述的局部晶格失配同样阻碍了内部SSDs的滑移[30]，因而式(8)可修正为：

$$\frac{\mathrm{d}\rho^{SR}_{(1)}}{\mathrm{d}\varepsilon^{p}_{(1)}}=M\left[\frac{k_0}{bd}+\frac{k_1}{b}\sqrt{\rho^{SR}_{(1)}+\varrho^{G}_{(1)}}-k_2\rho^{SR}_{(1)}\right] \tag{29}$$

式中，$\rho^{SR}_{(1)}$为修正后的软域SSDs密度，$\varrho^{G}_{(1)}$为软域内累积GNDs密度。

综上所述，基于式(7)，在忽略了较小的σ_0后，双峰结构铜基元内引入了前应力效应(对应的应力为$\sigma^{FSE}_{(0)}$)的硬域和背应力效应(对应的应力为$\sigma^{BSE}_{(1)}$)的软域的流变应力($\sigma_{f,(0)}$和$\sigma_{f,(1)}$)可表示为：

$$\sigma_{f,(0)}=\sigma^{S}_{(0)}+\sigma^{FSE}_{(0)}=M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)}+\rho^{I}_{(0)}+\rho^{G}_{(0)}}+\sigma^{B}_{(0)} \tag{30}$$

$$\sigma_{f,(1)}=\sigma^{S}_{(1)}+\sigma^{BSE}_{(1)}=M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{SR}_{(1)}+\rho^{G}_{(1)}}+\sigma^{B}_{(1)} \tag{31}$$

因而，在单轴拉伸过程中，均匀牵引力边界条件下，拉伸方向的应力$\sigma_{A,11}$已知，$\sigma_{A,kk}=\sigma_{A,11}$，$\sigma'_{A,ij}=2\sigma_{A,11}/3$。通过联立式(5)、(6)、(14)、(15)、(30)和(31)，可求解得到当前应力状态下的$\left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_{H}$、$\varepsilon^{p}_{(1),ij}$和$\varepsilon^{p}_{(0),ij}$，进而求得异构基元及各域的应力/应变。

1.5 异质变形诱导强化与应变硬化效应

$\sigma^{BSE}_{(1)}$定义为相同外应变下软域的强度与软域本征应变硬化强度的差值，$\sigma^{FSE}_{(0)}$定义为硬域的强度与

硬域本征应变硬化强度的差值，HDI效应带来的强度变化($\sigma_{\mathrm{H}}^{\mathrm{HDI}}$)定义为背应力效应与前应力效应所带来的强度变化的加权求和，三者的计算公式为：

$$\sigma_{(1)}^{\mathrm{BSE}} = \sigma_{\mathrm{f},(1)} - M\alpha\mu b\sqrt{\rho_{(1)}^{\mathrm{S}}} \tag{32}$$

$$\sigma_{(0)}^{\mathrm{FSE}} = \sigma_{\mathrm{f},(0)} - M\alpha\mu b\sqrt{\rho_{(0)}^{\mathrm{S}}} \tag{33}$$

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{\mathrm{HDI}} = f_{(0)}\sigma_{(0)}^{\mathrm{FSE}} + f_{(1)}\sigma_{(1)}^{\mathrm{BSE}} \tag{34}$$

此外，在本工作的断裂判据中，基元颈缩点对应的抗拉强度与均匀延伸率采用如下的Considère准则[76]进行计算：

$$\theta_{\mathrm{H}} / \sigma_{\mathrm{H,eq}} = \frac{\partial\sigma_{\mathrm{H,eq}}}{\partial\varepsilon_{\mathrm{H,eq}}} / \sigma_{\mathrm{H,eq}} \leqslant 1 \tag{35}$$

式中，θ_{H}为应变硬化率，$\sigma_{\mathrm{H,eq}}$为异构基元等效应力，$\varepsilon_{\mathrm{H,eq}}$为异构基元等效应变。

综上，本工作基于Mori-Tanaka平均场方法，结合塑性应变梯度与位错理论，将塑性变形过程中产生的HDI效应以软域硬化、硬域软化和应力再协调三个阶段引入各相的本构关系中，最终构建出双峰结构细观力学模型的框架，如图5所示。

2 模拟结果与讨论

2.1 双峰结构铜中异构基元的力学分析

本工作选取的双峰结构铜的实验数据来自文献[4]，其制备过程如下：纯Cu (99.99%)棒材首先在液氮温度下进行变形量为93%的冷轧处理，而后在200 ℃下退火3 min。制备得到的双峰结构铜的几何参数为：$f_{(1)}$ = 25%，$d_{(1)}$ = 3 μm，$\Gamma_{(1)}$ = 6 μm，$d_{(0)}$ = 230 nm。本模型材料参数源自实验[4]及模拟[28]结果，部分参数依据文献[24]的方法进行评估，数值汇总于表1。

图6为双峰结构铜的整体和各域的拉伸应力-应变曲线模拟结果，并与实验值[4]进行比较。图6a中，预测的屈服强度、抗拉强度、均匀延伸率分别为328 MPa、540 MPa、25.0%，对应的实验值[4]为328 MPa、539 MPa、25.5%，整体误差均小于10%，证明了本模型的可靠性。图6b展示了在加载过程中GND密度演变，其计算结果与实验[74]中双峰结构铜GND密度量级相近，证明了模型的有效性。

图6c为拉伸过程中双峰结构铜内各域的应力-

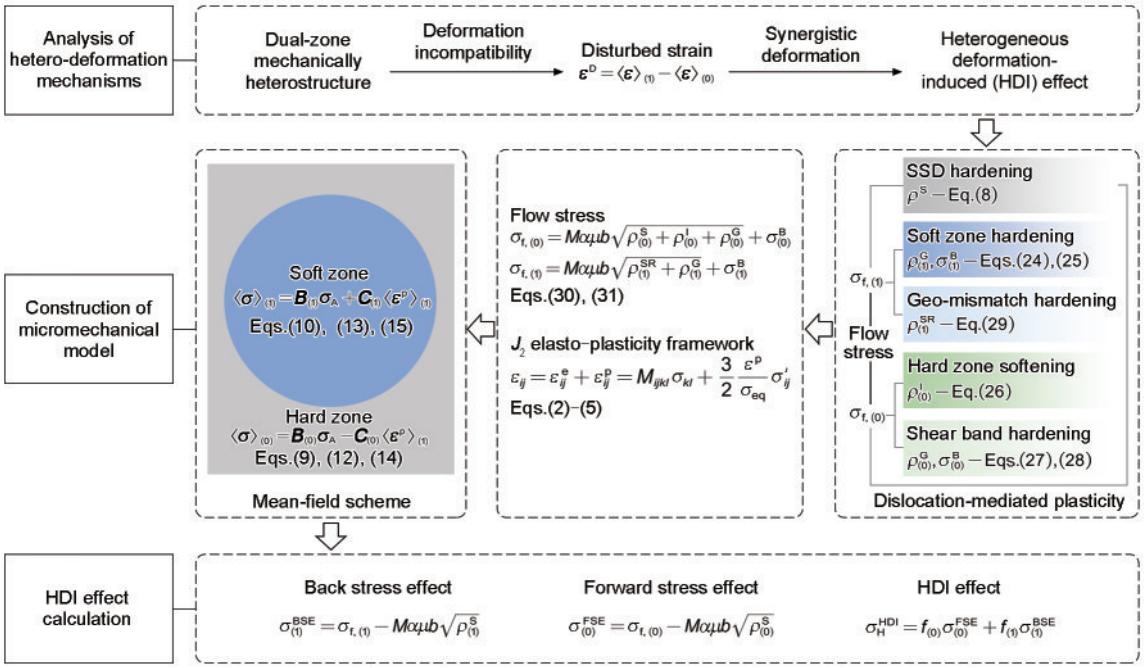


图5 双峰结构细观力学模型的框架

Fig.5 The framework of the micromechanics model for the bimodal structure ($\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_{(0)}$ and $\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_{(1)}$—average stresses within hard zone and soft zone, respectively; $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{A}}$—applied stress; $\langle\boldsymbol{\varepsilon}\rangle_{(0)}$ and $\langle\boldsymbol{\varepsilon}\rangle_{(1)}$—average strains within hard zone and soft zone, respectively; $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{D}}$—disturbance strain; $\langle\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}\rangle_{(1)}$—accumulated plastic strain within soft zone; $\sigma_{\mathrm{f},(0)}$ and $\sigma_{\mathrm{f},(1)}$—flow stresses of hard zone and soft zone, respectively; M, α, μ, and b—Taylor factor, Taylor constant, shear modulus, and Burgers vector magnitude, respectively; $\sigma_{(0)}^{\mathrm{B}}$—back stress hardening of shear band; $\rho_{(1)}^{\mathrm{SR}}$—revised statistically stored dislocation density; $\sigma_{(1)}^{\mathrm{BSE}}$, $\sigma_{(0)}^{\mathrm{FSE}}$, and $\sigma_{\mathrm{H}}^{\mathrm{HDI}}$—stresses caused by back stress effect, forward stress effect, and HDI effect, respectively; ε_{ij}, $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}}$, and $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$—total strain, elastic strain, and plastic strain, respectively; ε^{p}—equivalent plastic strain; σ_{eq}—equivalent stress; σ_{ij} and σ_{ij}'—stress and deviatoric stress, respectively; M_{ijkl}—compliance tensor; $\boldsymbol{B}_{(0)}$, $\boldsymbol{B}_{(1)}$, $\boldsymbol{C}_{(0)}$, and $\boldsymbol{C}_{(1)}$—Mori−Tanaka mean-field scheme related tensors; $f_{(0)}$, $f_{(1)}$—volume fractions of hard zone and soft zone, respectively)

表1 双峰结构铜的材料和模拟参数
Table 1 Material parameters for bimodal structure Cu

Parameter type	Symbol	Unit	Parameter value		Note
			Hard zone	Soft zone	
Elastic modulus	E	GPa	121.1	121.1	1*
Shear modulus	μ	GPa	45.2	45.2	
Poisson's ratio	v	–	0.34	0.34	
Burgers vector magnitude	b	nm	0.256	0.256	
Taylor factor	M	–	3.06	3.06	
Taylor constant	α	–	0.33	0.33	
Rate sensitivity exponent	m	–	20	20	
Initial dislocation density	ρ^0	m^{-2}	6.7×10^{14}	1.89×10^{13}	2*
Geometric factor	k_0	–	2.20	0.08	
Proportionality factor	k_1	–	0.150	0.013	
Dynamic recovery factor	k_2	–	39.8	1.31	
Size of zone	Γ	μm	–	6	
Dislocation pileup spacing	h	nm	15	42	3*
Dynamic recovery factor of GNDs	k_3	–		7	
Stress attenuation factor	λ	–	0.1		
Saturation accumulated shear strain	$\gamma_{(0)}^{SB}$	–	0.20	–	

Note: 1*: elastic constants and Taylor-related parameters from ref.[28], 2*: correlation coefficients for the Kocks–Mecking–Estrin (KME) model by fitting the experimental data of homogeneous Cu from ref.[4], 3*: $h_{(1)}$ from ref.[28]. The remaining parameters ($h_{(0)}$, k_3, and $\gamma_{(0)}^{SB}$) for the constitutive model of bimodal Cu by fitting the experimental data of bimodal Cu from ref.[4]

应变响应，虚线表示当外加应变为10%时，各域的应变分配状态。从软/硬域的应变比$\varepsilon_{(1)}/\varepsilon_{(0)}$的变化可知，软域承担着更多的应变；$\varepsilon_{(1)}/\varepsilon_{(0)}$随外应变增加逐渐增加达到最高值5.0，而后逐渐降低为颈缩时的3.5。

对比图6a与c可知，相较于均质细晶相(抗拉强度450 MPa、均匀延伸率2.7%)，双峰结构铜中的硬域可持续地应变硬化，这可能源于内部剪切带的稳定扩展。一般认为，剪切带起源于局域软化[77~79]，且变形速率越低，剪切带越容易形成[80]，剪切带或裂纹扩展是均质材料失稳的根源。而在双峰结构铜中，剪切带或裂纹前端的应力集中可被软域有效释放，使变形更均匀[31]，提高了整体稳定性；软域通过承担更多的应变来降低相邻硬域的应变速率，促进异质界面附近硬域剪切带的形核，提高剪切带分布的均匀性。

图6d为HDI效应对双峰结构铜强度的影响。根据式(32)~(34)计算得到的背应力、前应力、HDI效应分别为软域、硬域、整体贡献了169、119和131 MPa的强化值，并与实验测得梯度结构铜的HDI效果(140 MPa[81]和114 MPa[82])相近。

2.2 HDI效应对双峰结构铜力学行为的影响

将双峰结构铜中HDI效应的各类强化、软化作用分成T_1~T_6项，研究各项对力学性能的贡献，基于式(30)和(31)，这些模型所采用的本构关系参见表2。

图7对比了不同HDI效应项的计算结果。当忽略HDI效应后(T_2)，延伸率降低了16.5%，表明HDI效应有效提升了双峰结构铜的应变硬化能力。当忽略前应力效应后(T_3)，延伸率下降了17.5%；由此可见，前应力效应是提升延伸率的主要因素，占据了整体延伸率的70.0%。在依次剔除硬域软化、剪切带强化、失配强化等作用后(T_4~T_6)，延伸率分别下降了1.2%、18.0%、1.0%，说明硬域内的剪切带强化是HDI效应中提升延伸率的主要因素。

通过上述定量计算可以看到，这与软域负责提升拉伸塑性的传统观点有较大偏差[27]。Bach等[6]指

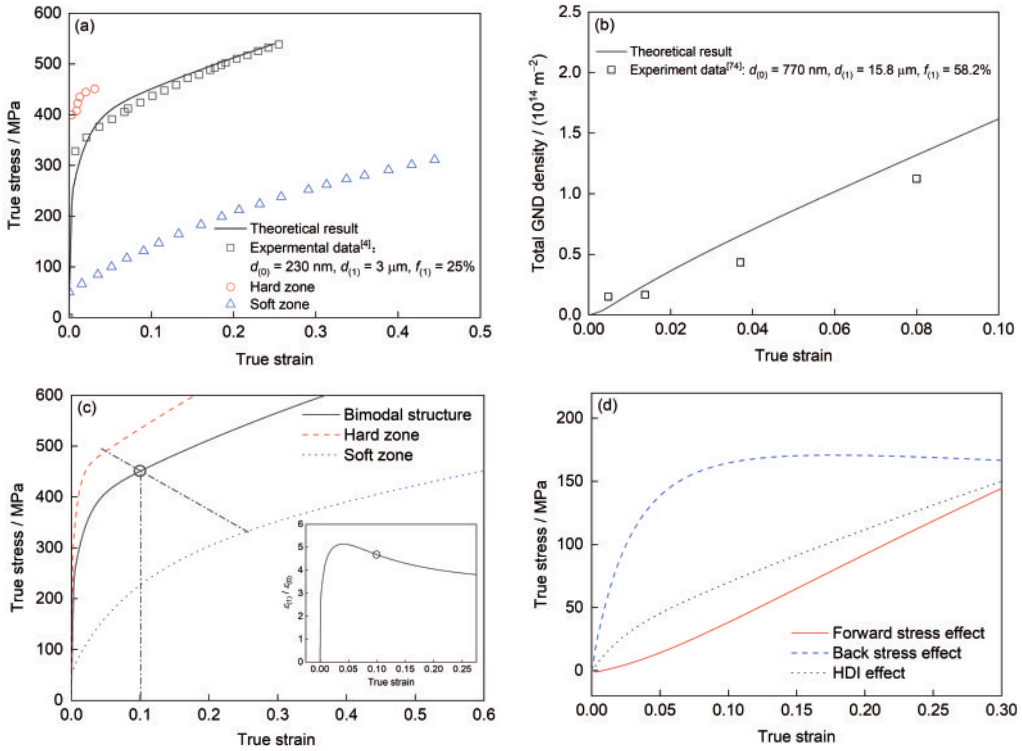


图 6 双峰结构铜平均场模型的模拟结果及与实验值[4,74]的比较

Fig.6 Predicted results from the mean-field model for bimodal structure Cu during tensile loading ($\varepsilon_{(0)}$ and $\varepsilon_{(1)}$—strains in hard zone and soft zone, respectively) and comparision with experiment results[4,74]

(a, b) comparison of the stress–strain relationship (a) and the GND density evolution (b) between the experiments[4,74] and theoretical results for bimodal structure Cu

(c) stress–strain curves and strain partitioning of each zone (inset) in bimodal structure Cu

(d) evaluation of hardening caused by HDI effect

表 2 考虑不同影响因素的本构方程

Table 2 Constitutive equations considering different influencing factors

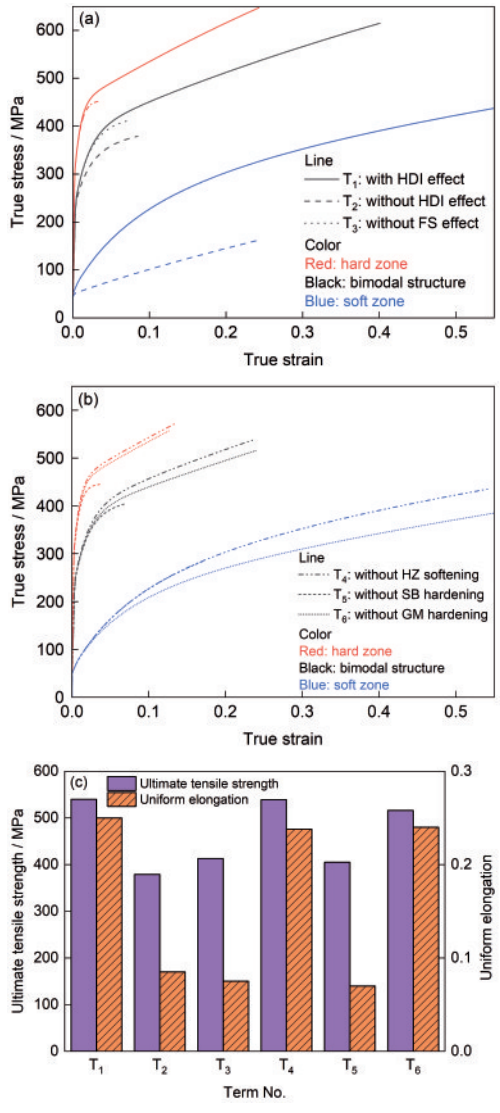
No.	Stress component	Constitutive equation	
T_1	With HDI effect	$\sigma_{f,(0)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)} + \rho^{I}_{(0)} + \rho^{G}_{(0)}} + \sigma^{B}_{(1)}$	$\sigma_{f,(1)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{SR}_{(1)} + \rho^{G}_{(1)}} + \sigma^{B}_{(1)}$
T_2	Without HDI effect	$\sigma_{f,(0)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)}}$	$\sigma_{f,(1)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(1)}}$
T_3	Without forward stress (FS) effect	$\sigma_{f,(0)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)}}$	$\sigma_{f,(1)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{SR}_{(1)} + \rho^{G}_{(1)}} + \sigma^{B}_{(1)}$
T_4	Without hard zone softening	$\sigma_{f,(0)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)} + \rho^{G}_{(0)}} + \sigma^{B}_{(0)}$	$\sigma_{f,(1)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{SR}_{(1)} + \rho^{G}_{(1)}} + \sigma^{B}_{(1)}$
T_5	Without shear band hardening	$\sigma_{f,(0)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)} + \rho^{I}_{(0)}}$	$\sigma_{f,(1)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{SR}_{(1)} + \rho^{G}_{(1)}} + \sigma^{B}_{(1)}$
T_6	Without compensating dislocation effect	$\sigma_{f,(0)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(0)} + \rho^{I}_{(0)} + \rho^{G}_{(0)}} + \sigma^{B}_{(1)}$	$\sigma_{f,(1)} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho^{S}_{(1)} + \rho^{G}_{(1)}} + \sigma^{B}_{(1)}$

出，双峰结构中硬域的位错演化仍受到晶界处位错的热激活湮灭主导。高体积分数的纳米晶中位错密度在塑性变形初期便达到了饱和，导致过低的本征应变硬化能力。对于拉伸塑性优异的双峰结构材料，剪切带的去局域应变协调机制是必然发生的，剪切带能否稳定扩展成为双峰结构能否稳定应变硬化的主要因素。而软域主要起协调硬域变形的作用，当软域无法抑制硬域中剪切带的失稳扩展时，双峰结构的拉伸塑性不会得到显著的提升[40]。

当忽略硬域软化后，延伸率降低 1.2%，类似趋势在离散位错动力学模拟中也有观察到[83]。由于软域自身的硬化能力有上限，过硬的硬域会导致变形过程中更多的应变分配到软域，使得软域中应变硬化能力更早饱和，从而降低了双峰结构铜的拉伸塑

性。同时，硬域软化在变形初期可有效消除硬域内的应力集中，当硬域软化足够强时，在变形前期可能会导致异质结构发生非连续屈服现象[63]。

以上结果表明，在设计双峰结构时，软域作为夹杂相，主要作用是协调变形；硬域作为基体，其应变硬化行为显著影响整体的力学性能。硬域与软域的相对强度差异越大，软域承担的应变越多，则可以更好地保护硬域。此外，更软的软域具有更低的裂纹驱动力和更高的裂纹抵抗力，对裂纹扩展的抑制效果越好[84]，进而促进硬域内剪切带的稳定扩展。



Color online

图 7 双峰结构铜中各类强化/软化单一因素对力学性能的影响

Fig.7 Influences of strengthening/softening effects on the mechanical properties in bimodal structure Cu (a, b) theoretical results of stress–strain curves for T1–T3 (a) and T4–T6 (b) considering various hardening and softening factors (HZ—hard zone, SB—shear band, GM—geo-mismatch) (c) effect of different factors on ultimate tensile strength and uniform elongation

2.3 软域的体积含量对双峰结构铜力学性能的影响

为了进一步定量评估软域体积分数对双峰结构铜力学性能的影响，通过改变软域的体积分数(5%~65%)，计算了不同软域体积分数下双峰结构铜的屈服强度和均匀延伸率。为了便于与实验值比较，将计算结果转换为工程应力/应变，计算结果如图8所示。

研究[24]发现，当软域含量较少时，变形过程中大量的应变被分配到硬域，受晶界处的位错热激活湮灭的影响，拉伸塑性较差。当软域的体积分数为25%~30%时，存在强塑匹配最佳的峰值，这与双峰结构铜的一些实验趋势[4,6,19,74]相吻合，计算出的屈服强度为303~320 MPa、抗拉强度为417~420 MPa、均匀延伸率为28.2%~29.8%，此时，延伸率出现了一个平台区，而屈服/抗拉强度的变化幅度较低，这为通过双峰结构设计优化对应的制备工艺的参数提供了理论指导。进一步提升软域的含量，整体的强度快速降低。

需要指出的是，本工作模型均建立在“软域在硬域中均匀分布”假设，根据式(1)，软域均匀分布在硬域内的临界体积分数是66.2%，当超过该含量后，软域会包围硬域，需要重新建模。

图9为不同软域体积分数下，双峰结构铜的强度与延伸率的关系，并与均质结构铜的实验力学性能[85]进行对比。结果显示，具有强度与拉伸塑性协同效应的双峰结构铜的抗拉强度(417~420 MPa)和均匀延伸率(28.2%~29.8%)，较均质细晶铜的强度降低约7%，但塑性提升近10倍，而较均质粗晶铜的强度提高了约100%，塑性降低约50%。同时，不含HDI双峰结构铜的力学性能与均质铜相近，显著低于双峰结构铜。这为开发具有高强度-拉伸塑性协

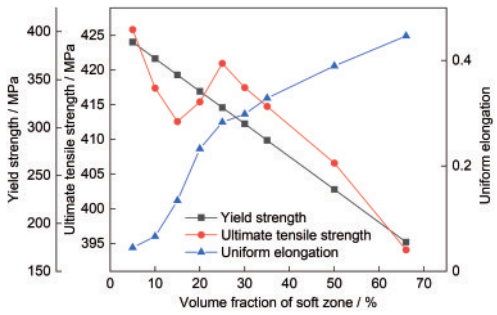
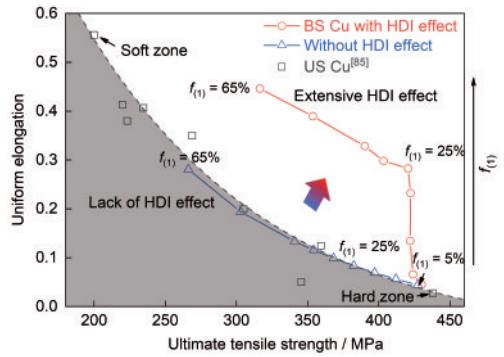


图 8 当软域体积分数为5%~65%时，双峰结构铜的屈服强度、抗拉强度、均匀延伸率的变化趋势

Fig.8 Variations of yield strength, ultimate tensile strength, and uniform elongation of bimodal structure Cu when the volume fraction of the soft zone is 5%~65%



Color online

图 9 双峰结构铜的强度-拉伸塑性关系图

Fig.9 Predicted strength–ductility map for Cu (BS—bimodal structure, US—uniform structure)

同效应的双峰结构铜合金提供了理论指导和精准设计策略。

3 结论

(1) 基于 Mori-Tanaka 平均场方案结合位错理论，建立了双峰结构金属铜异构基元的细观力学模型，其中大尺寸微米级晶粒(3 μm)作为软域，小尺寸纳米级晶粒(230 nm)作为硬域。与拉伸实验数据相比，其整体应力误差小于 5%，验证了模型的有效性。

(2) 提出了将塑性变形过程中产生的 HDI 效应以软域硬化、硬域软化和应力再协调三个阶段引入各相的本构关系中，可定量地评估 HDI 效应对双峰结构材料整体力学行为的影响。

(3) 模拟结果表明，当硬域完全包裹软域时，计算出的硬域软化与强化对协调异构组织变形的作用约占 70.0%，因此 HDI 效应主要取决于前应力效应，硬域内的剪切带强化是 HDI 效应中提升延伸率的主要因素。

(4) 随着硬域体积分数的增加，前应力的作用减弱，整体强度增加而拉伸塑性下降；在软域体积分数为 25%~30% 时，存在强塑匹配最佳的峰值，双峰结构铜的抗拉强度为 417~420 MPa、延伸率为 28.2%~29.8%，相较于均质细晶，强度降低约 7%、拉伸塑性提高约 10 倍，相较均质粗晶，强度提高了约 100%，拉伸塑性降低约 50%。

参 考 文 献

[1] Zhu Y T, Wu X L. Heterostructured materials [J]. Prog. Mater. Sci., 2023, 131: 101019

[2] Wu X L, Zhu Y T. Heterostructured metallic materials: Plastic deformation and strain hardening [J]. Acta Metall. Sin., 2022, 58: 1349
(武晓雷, 朱运田. 异构金属材料及其塑性变形与应变硬化 [J]. 金属学报, 2022, 58: 1349)

[3] Tellkamp V L, Lavernia E J, Melmed A. Mechanical behavior and microstructure of a thermally stable bulk nanostructured Al alloy [J]. Metall. Mater. Trans., 2001, 32A: 2335

[4] Wang Y M, Chen M W, Zhou F H, et al. High tensile ductility in a nanostructured metal [J]. Nature, 2002, 419: 912

[5] Li Y S, Zhang Y, Tao N R, et al. Effect of thermal annealing on mechanical properties of a nanostructured copper prepared by means of dynamic plastic deformation [J]. Scr. Mater., 2008, 59: 475

[6] Bach J, Stoiber M, Schindler L, et al. Deformation mechanisms and strain rate sensitivity of bimodal and ultrafine-grained copper [J]. Acta Mater., 2020, 186: 363

[7] Qian T, Karaman I, Marx M. Mechanical properties of nanocrystalline and ultrafine-grained nickel with bimodal microstructure [J]. Adv. Eng. Mater., 2014, 16: 1323

[8] Prasad M J N V, Suwas S, Chokshi A H. Microstructural evolution and mechanical characteristics in nanocrystalline nickel with a bimodal grain-size distribution [J]. Mater. Sci. Eng., 2009, A503: 86

[9] Tejedor R, Rodríguez-Baracaldo R, Benito J A, et al. Plastic deformation of a nanostructured and ultra-fine grained Fe−1%Cr with a bimodal grain size distribution [J]. Int. J. Mater. Form., 2008, 1: 487

[10] Fan G J, Choo H, Liaw P K, et al. Plastic deformation and fracture of ultrafine-grained Al−Mg alloys with a bimodal grain size distribution [J]. Acta Mater., 2006, 54: 1759

[11] Lee Z, Radmilovic V, Ahn B, et al. Tensile deformation and fracture mechanism of bulk bimodal ultrafine-grained Al−Mg alloy [J]. Metall. Mater. Trans., 2010, 41A: 795

[12] Shakoori Oskooie M, Asgharzadeh H, Kim H S. Microstructure, plastic deformation and strengthening mechanisms of an Al−Mg−Si alloy with a bimodal grain structure [J]. J. Alloys Compd., 2015, 632: 540

[13] He J H, Jin L, Wang F H, et al. Mechanical properties of Mg−8Gd−3Y−0.5Zr alloy with bimodal grain size distributions [J]. J. Magnes. Alloy., 2017, 5: 423

[14] Xu C, Fan G H, Nakata T, et al. Deformation behavior of ultrastrong and ductile Mg−Gd−Y−Zn−Zr alloy with bimodal microstructure [J]. Metall. Mater. Trans., 2018, 49A: 1931

[15] Zhang H, Wang H Y, Wang J G, et al. The synergy effect of fine and coarse grains on enhanced ductility of bimodal-structured Mg alloys [J]. J. Alloys Compd., 2019, 780: 312

[16] Jin Z Z, Zha M, Yu Z Y, et al. Exploring the Hall−Petch relation and strengthening mechanism of bimodal-grained Mg−Al−Zn alloys [J]. J. Alloys Compd., 2020, 833: 155004

[17] Wei X X, Jin L, Wang F H, et al. High strength and ductility Mg−8Gd−3Y−0.5Zr alloy with bimodal structure and nano-precipitates [J]. J. Mater. Sci. Technol., 2020, 44: 19

[18] Liu S S, Zhang J L, Chen X, et al. Improving mechanical properties of heterogeneous Mg−Gd alloy laminate via accumulated extrusion bonding [J]. Mater. Sci. Eng., 2020, A785: 139324

[19] Wang Y F, Huang C X, He Q, et al. Heterostructure induced dispersive shear bands in heterostructured Cu [J]. Scr. Mater., 2019, 170: 76

[20] Li G D, Morinaka S, Kawabata M, et al. Improvement of strength

with maintaining ductility of harmonic structure pure copper by cold rolling and annealing process [J]. Procedia Manuf., 2018, 15: 1641

[21] Park H K, Ameyama K, Yoo J, et al. Additional hardening in harmonic structured materials by strain partitioning and back stress [J]. Mater. Res. Lett., 2018, 6: 261

[22] Wu X L, Yang M X, Yuan F P, et al. Heterogeneous lamella structure unites ultrafine-grain strength with coarse-grain ductility [J]. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2015, 112: 14501

[23] Zhou X, Li X Y, Lu K. Stabilizing nanograins in metals with grain boundary relaxation [J]. Scr. Mater., 2020, 187: 345

[24] Yasnikov I S, Kaneko Y, Uchida M, et al. The grain size effect on strain hardening and necking instability revisited from the dislocation density evolution approach [J]. Mater. Sci. Eng., 2022, A831: 142330

[25] Bouaziz O, Estrin Y, Bréchet Y, et al. Critical grain size for dislocation storage and consequences for strain hardening of nanocrystalline materials [J]. Scr. Mater., 2010, 63: 477

[26] Wu X L, Zhu Y T. Heterogeneous materials: A new class of materials with unprecedented mechanical properties [J]. Mater. Res. Lett., 2017, 5: 527

[27] Zhu L L, Lu J. Modelling the plastic deformation of nanostructured metals with bimodal grain size distribution [J]. Int. J. Plast., 2012, 30–31: 166

[28] Li J J, Lu W J, Chen S H, et al. Revealing extra strengthening and strain hardening in heterogeneous two-phase nanostructures [J]. Int. J. Plast., 2020, 126: 102626

[29] Cheng Z, Bu L F, Zhang Y, et al. Unraveling the origin of extra strengthening in gradient nanotwinned metals [J]. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2022, 119: e2116808119

[30] Wang Y F, Zhu Y T, Yu Z J, et al. Hetero-zone boundary affected region: A primary microstructural factor controlling extra work hardening in heterostructure [J]. Acta Mater., 2022, 241: 118395

[31] Wu H, Fan G H. An overview of tailoring strain delocalization for strength–ductility synergy [J]. Prog. Mater. Sci., 2020, 113: 100675

[32] Li J J, Qin F, Yan D S, et al. Shear instability in heterogeneous nanolayered Cu/Zr composites [J]. J. Mater. Sci. Technol., 2022, 105: 81

[33] Wu X L, Yang M X, Li R G, et al. Plastic accommodation during tensile deformation of gradient structure [J]. Sci. China Mater., 2021, 64: 1534

[34] Fan G H, Miao K S, Li D Y, et al. Unraveling the strength–ductility synergy of heterostructured metallic materials from the perspective of local stress/strain [J]. Acta Metall. Sin., 2022, 58: 1427
(范国华, 缪克松, 李丹阳等. 从局域应力/应变视角理解异构金属材料的强韧化行为 [J]. 金属学报, 2022, 58: 1427)

[35] Yuan R, Beyerlein I J, Zhou C Z. Homogenization of plastic deformation in heterogeneous lamella structures [J]. Mater. Res. Lett., 2017, 5: 251

[36] Ma H W, Zhao Y C, Lyu Z, et al. What are the "dispersive shear bands" on the surfaces of layered heterostructured materials? [J]. J. Mech. Phys. Solids, 2023, 181: 105467

[37] Wang Y F, Huang C X, Li Y S, et al. Dense dispersed shear bands in gradient-structured Ni [J]. Int. J. Plast., 2020, 124: 186

[38] Estrin Y, Vinogradov A. Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science [J]. Acta Mater., 2013, 61: 782

[39] Peng P, Tang A T, She J, et al. Significant improvement in yield stress of Mg–Gd–Mn alloy by forming bimodal grain structure [J]. Mater. Sci. Eng., 2021, A803: 140569

[40] Renk O, Hohenwarter A, Pippan R. Cyclic deformation behavior of a 316L austenitic stainless steel processed by high pressure torsion [J]. Adv. Eng. Mater., 2012, 14: 948

[41] Huang C X, Wang Y F, Ma X L, et al. Interface affected zone for optimal strength and ductility in heterogeneous laminate [J]. Mater. Today, 2018, 21: 713

[42] Zhu L L, Shi S Q, Lu K, et al. A statistical model for predicting the mechanical properties of nanostructured metals with bimodal grain size distribution [J]. Acta Mater., 2012, 60: 5762

[43] Weng G J. The overall elastoplastic stress-strain relations of dual-phase metals [J]. J. Mech. Phys. Solids, 1990, 38: 419

[44] Delincé M, Bréchet Y, Embury J D, et al. Structure–property optimization of ultrafine-grained dual-phase steels using a microstructure-based strain hardening model [J]. Acta Mater., 2007, 55: 2337

[45] Gao H J, Huang Y G. Taylor-based nonlocal theory of plasticity [J]. Int. J. Solids Struct., 2001, 38: 2615

[46] Orowan E. Zur kristallplastizität. III: Über den mechanismus des gleitvorganges [J]. Z. Phys., 1934, 89: 634

[47] Taylor G I. The mechanism of plastic deformation of crystals. Part I.—Theoretical [J]. Proc. Roy. Soc., 1934, 145A: 362

[48] Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations [J]. J. Appl. Phys., 1987, 61: 1816

[49] Elmasry A, Azoti W, El-Safty S A, et al. A comparative review of multiscale models for effective properties of nano- and micro-composites [J]. Prog. Mater. Sci., 2023, 132: 101022

[50] Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions [J]. Acta Metall., 1973, 21: 571

[51] Benveniste Y. A new approach to the application of Mori–Tanaka's theory in composite materials [J]. Mech. Mater., 1987, 6: 147

[52] Li J J, Chen S H, Weng G J, et al. A micromechanical model for heterogeneous nanograined metals with shape effect of inclusions and geometrically necessary dislocation pileups at the domain boundary [J]. Int. J. Plast., 2021, 144: 103024

[53] Mura T. Micromechanics of Defects in Solids [M]. 2nd Ed., Dordrecht: Springer, 1987: 188

[54] Bishop J F W, Hill R. XLVI. A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses [J]. London Edinburgh Dublin Philos. Mag. J. Sci., 1951, 42: 414

[55] Li J J, Lu W J, Gibson J, et al. Eliminating deformation incompatibility in composites by gradient nanolayer architectures [J]. Sci. Rep., 2018, 8: 16216

[56] Крутков Ю А.Тензор Функций Напряжений И Общие Решения В Статике Теории Упругости [M]. Москва: Изд-во АН СССР, 1949: 1

[57] Qu J M, Cherkaoui M. Fundamentals of Micromechanics of Solids [M]. Hoboken: Wiley, 2006: 73

[58] Kachanov M, Sevostianov I. Micromechanics of Materials, with Applications [M]. Cham: Springer, 2018: 391

[59] Shen G L, Hu G K. Mechanics of Composite Materials [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 246
(沈观林, 胡更开. 复合材料力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 246)

[60] Jiang S, Lin Peng R, Zhao X, et al. Deformation incompatibility enables hetero-deformation induced strengthening in Ti/Nb laminates [J]. Mater. Res. Lett., 2023, 11: 126

[61] Nix W D, Gao H J. Indentation size effects in crystalline materials: A law for strain gradient plasticity [J]. J. Mech. Phys. Solids, 1998, 46: 411

[62] Feaugas X. On the origin of the tensile flow stress in the stainless steel AISI 316L at 300 K: Back stress and effective stress [J]. Acta Mater., 1999, 47: 3617

[63] Yang M X, Pan Y, Yuan F P, et al. Back stress strengthening and strain hardening in gradient structure [J]. Mater. Res. Lett., 2016, 4: 145

[64] Zhou H, Huang C X, Sha X C, et al. *In-situ* observation of dislocation dynamics near heterostructured interfaces [J]. Mater. Res. Lett., 2019, 7: 376

[65] Hasegawa T, Yakou T, Kocks U F. Forward and reverse rearrangements of dislocations in tangled walls [J]. Mater. Sci. Eng., 1986, 81: 189

[66] Zirkle T, Zhu T, McDowell D L. Micromechanical crystal plasticity back stress evolution within FCC dislocation substructure [J]. Int. J. Plast., 2021, 146: 103082

[67] Marukawa K, Sanpei T. Stability of the work hardened state against stress reversal in copper single crystals [J]. Acta Metall., 1971, 19: 1169

[68] Rassweiler G M, Grube W L. Internal Stresses and Fatigue in Metals [M]. Amsterdam: Elsevier, 1959: 1

[69] Wu X L, Jiang P, Chen L, et al. Extraordinary strain hardening by gradient structure [J]. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2014, 111: 7197

[70] Hirsch J, Lücke K, Hatherly M. Overview No. 76: Mechanism of deformation and development of rolling textures in polycrystalline f.c.c. Metals—III. The influence of slip inhomogeneities and twinning [J]. Acta Metall., 1988, 36: 2905

[71] Wang Y F, Huang C X, Li Z K, et al. Shear band stability and uniform elongation of gradient structured material: Role of lateral constraint [J]. Extreme Mech. Lett., 2020, 37: 100686

[72] Wang Y F, Wei Y G, Zhao Z F, et al. Mechanical response of the constrained nanostructured layer in heterogeneous laminate [J]. Scr. Mater., 2022, 207: 114310

[73] Wang Y F, Wei Y G, Zhao Z F, et al. Activating dispersed strain bands in tensioned nanostructure layer for high ductility: The effects of microstructure inhomogeneity [J]. Int. J. Plast., 2022, 149: 103159

[74] Li G D, Jiang J X, Ma H C, et al. Superior strength–ductility synergy in three-dimensional heterogeneous-nanostructured metals [J]. Acta Mater., 2023, 256: 119143

[75] Gao H J, Huang Y G. Geometrically necessary dislocation and size-dependent plasticity [J]. Scr. Mater., 2003, 48: 113

[76] von Considére M. Memoire sur L'emploi du fer et de L'acier Dans les Constructions [M]. Paris: Ch. Dunod, 1885: 1

[77] Recht R F. Catastrophic thermoplastic shear [J]. J. Appl. Mech., 1964, 31: 189

[78] Meyers M A, Subhash G, Kad B K, et al. Evolution of microstructure and shear-band formation in α-hcp titanium [J]. Mech. Mater., 1994, 17: 175

[79] Armstrong R W, Zerilli F J. Dislocation mechanics aspects of plastic instability and shear banding [J]. Mech. Mater., 1994, 17: 319

[80] Xu Y B, Zhang J H, Bai Y L, et al. Shear localization in dynamic deformation: Microstructural evolution [J]. Metall. Mater. Trans., 2008, 39A: 811

[81] Liu X L, Yuan F P, Zhu Y T, et al. Extraordinary Bauschinger effect in gradient structured copper [J]. Scr. Mater., 2018, 150: 57

[82] Yang Y, Gong Y L, Li X F, et al. Effect of bimodal grain size and gradient structure on heterogeneous deformation induced (HDI) stress and mechanical properties of Cu [J]. Mater. Res. Express, 2022, 9: 035004

[83] Shimokawa T, Hasegawa T, Kiyota K, et al. Heterogeneous evolution of lattice defects leading to high strength and high ductility in harmonic structure materials through atomic and dislocation simulations [J]. Acta Mater., 2022, 226: 117679

[84] Wu H, Huang M, Li X W, et al. Temperature-dependent reversed fracture behavior of multilayered TiBw/Ti–Ti(Al) composites [J]. Int. J. Plast., 2021, 141: 102998

[85] Tian Y Z, Ren Y P, Gao S, et al. Two-stage Hall–Petch relationship in Cu with recrystallized structure [J]. J. Mater. Sci. Technol., 2020, 48: 31

(责任编辑:李海兰)